

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ  
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΜΑΪΟΥ 2003  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A)** Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2$ . Να αποδείξετε ότι

$$f'(x) = 2x.$$

**Μονάδες 10**

**B)** Ας υποθέσουμε ότι  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$ , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$  (όπου  $k \leq n$ ),  $v_i$  είναι η συχνότητα και  $f_i$  είναι σχετική συχνότητα της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

*Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και ακριβώς δίπλα την ένδειξη (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν αυτή είναι λανθασμένη.*

**α)** Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων των τιμών της μεταβλητής  $X$  είναι ίσο με 100.

**β)** Η μέση τιμή  $\bar{x}$  ορίζεται από τη σχέση:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i v_i$$

**γ)** Για τη σχετική συχνότητα  $f_i$  ισχύει ότι  $f_i > 1$ , για κάθε  $i = 1, 2, \dots, k$ .

- δ) Ο συντελεστής μεταβολής CV ορίζεται (για  $\bar{x} \neq 0$ ) από το λόγο:

$$CV = \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέση τιμή}} .$$

- ε) Η διακύμανση (ή διασπορά) της μεταβλητής X ορίζεται από τη σχέση:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 \nu_i .$$

**Μονάδες 15**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Ένα δείγμα εργαζομένων μιας εταιρείας εξετάστηκε ως προς το χρόνο (σε ώρες) υπερωριακής απασχόλησης κατά τη διάρκεια ενός μηνός και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας.

Ώρες υπερωριακής απασχόλησης Κλάσεις [ - )	Αθροιστική συχνότητα $N_i$
0 - 2	5
2 - 4	15
4 - 6	20
6 - 8	35
8 - 10	40

Να βρείτε:

- α) το μέγεθος του δείγματος,

**Μονάδες 5**

β) τις συχνότητες και τις σχετικές συχνότητες των κλάσεων και

**Μονάδες 10**

γ) τη μέση τιμή.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{3x^2}{4x^2 + 5}$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$ .

Να βρείτε:

α) το σημείο στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$ ,

**Μονάδες 5**

β) το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ,

**Μονάδες 5**

γ) την παράγωγο της συνάρτησης  $f$ ,

**Μονάδες 5**

δ) τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και αυτά στα οποία είναι γνησίως φθίνουσα και

**Μονάδες 5**

ε) τα ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Οι χρόνοι σε ώρες (παρατηρήσεις) που έξι από τους επίγειους σταθμούς δεν είχαν επαφή με τον Ελληνοκυπριακό δορυφόρο είναι:

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 0, \quad t_3 = 1, \quad t_4 = 2, \quad t_5 = 4, \quad t_6 = 5 .$$

α) Να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και τη διάμεσο  $\delta$  των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 6**

β) Αν  $f(x) = (t_1-x)^2 + (t_2-x)^2 + (t_3-x)^2 + (t_4-x)^2 + (t_5-x)^2 + (t_6-x)^2$ ,  
τότε:

i) να αποδείξετε ότι  $f'(\bar{x}) = 0$

**Μονάδες 6**

ii) να αποδείξετε ότι  $f(\bar{x}) = 6s^2$ , όπου  $s^2$  είναι η διακύμανση των παρατηρήσεων και

**Μονάδες 5**

iii) να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(\bar{x}, f(\bar{x}))$ .

**Μονάδες 8**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους υποψηφίους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ  
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**