

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ  
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')  
ΔΕΥΤΕΡΑ 18 ΜΑΪΟΥ 2009  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα A και B ισχύει ότι

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

**Μονάδες 10**

- B.** Αν  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$  ( $k \leq n$ ), να ορίσετε τη σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ .

**Μονάδες 5**

- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α.** Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων  $f, g$  ισχύει ότι

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x) + f(x)g(x)$$

**Μονάδες 2**

- β.** Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , τότε ισχύει ότι

$$A - B = A \cap B'$$

**Μονάδες 2**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ. Για τη συνάρτηση  $f(x)=\eta\mu x$  ισχύει ότι  
 $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$

**Μονάδες 2**

δ. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

**Μονάδες 2**

ε. Η μέση τιμή ενός συνόλου  $n$  παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο θέσης.

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές  $x_i$ ,  $i=1,2,3,4$  μιας μεταβλητής  $X$  με αντίστοιχες συχνότητες  $v_i$ ,  $i=1,2,3,4$ . Η συχνότητα  $v_2$  που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_2=3$  είναι άγνωστη. Δίνεται ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι ίση με  $\bar{x}=4$ .

$x_i$	$v_i$
2	6
3	;
5	3
8	4

α. Να αποδείξετε ότι  $v_2=7$ .

**Μονάδες 9**

β. Να αποδείξετε ότι η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι ίση με 4,9.

**Μονάδες 9**

γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών της μεταβλητής  $X$  είναι ομοιογενές.

Δίνεται ότι  $\sqrt{4,9} \approx 2,2$

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=x^3-6x^2+ax-7$ , όπου  $a$  πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει

$$2f''(x)+f'(x)+15=3x^2, \quad x \in \mathbb{R}$$

**α.** Να δείξετε ότι  $a=9$

**Μονάδες 7**

**β.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$

**Μονάδες 8**

**γ.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$ , η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία  $y=-3x$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=\ln x - \frac{x}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2$ ,  $x > 0$  όπου  $\lambda$  ένας πραγματικός αριθμός.

**A. α.** Να προσδιοριστεί το διάστημα στο οποίο η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και το διάστημα στο οποίο η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.

**Μονάδες 6**

**β.** Να μελετηθεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τα ακρότατα.

**Μονάδες 6**

**B.** Θεωρούμε ότι οι τιμές της συνάρτησης  $f(2)$ ,  $f(4)$ ,  $f(8)$ ,  $f(3)$  και  $f(5)$  είναι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$ .

**α.** Αν  $R$  είναι το εύρος και  $\delta$  η διάμεσος των παρατηρήσεων, να δειχθεί ότι

$$R=3+\ln \frac{1}{4} \quad \text{και} \quad \delta=\ln 4+\lambda^2-6\lambda$$

**Μονάδες 7**

- β. Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  ο οποίος αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα. Αν το  $\lambda$  παίρνει τιμές στο δειγματικό χώρο  $\Omega$ , να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου

$$A = \{\lambda \in \Omega \mid R + \delta < -2\}$$

**Μονάδες 6**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό διαρκείας και μόνον ανεξίτηλης μελάνης.** Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**